Examenului național de Bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_șt-nat*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$A = log_3 27 + log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{16} + \sqrt[3]{125} = log_3 3^3 + log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^4 + \sqrt[3]{5^3} =$	**2p**
	$= 3 + 4 + 5 = 12; 12 \in \mathbb{N}$	**3p**
2.	$a = 6; a > 0 \Rightarrow f_{min} = -\frac{\Delta}{4a} =$	**2p**
	$= -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = \frac{92}{24} = \frac{23}{6}$	**3p**
3.	Notăm $5^x = t > 0$ și obținem ecuația echivalentă $t^2 + 3t - 4 = 0$ cu soluțiile $t_1 = -4$, $t_2 = 1$. Convine doar $t_2 = 1$	**3p**
	$5^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$	**2p**
4.	Mulțimea dată are un număr de 100 elemente din care doar 10 numere raționale ($\sqrt{0^2}, \sqrt{1^2}, \sqrt{2^2}, ..., \sqrt{9^2}$), adică 90 numere iraționale.	**3p**
	$P = \frac{nr.cazuri\ favorabile}{nr.cazuri\ posibile} = \frac{90}{100} = \frac{9}{10}$.	**2p**
5.	$AC \perp BD \Leftrightarrow m_{AC} \cdot m_{BD} = -1.$	**2p**
	$-4 \cdot \frac{3}{a+1} = -1 \Leftrightarrow -12 = -a - 1 \Leftrightarrow a = 11.$	**3p**
6.	$tg\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{tgx + tg\frac{\pi}{4}}{1 - tgx \cdot tg\frac{\pi}{4}} =$	**2p**
	$= \frac{\frac{1}{3} + 1}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{2}{3}} = 2$	**3p**

SUBIECTUL al II – lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A(a) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & a \\ 1 & 9 & a^2 \end{vmatrix} = (a-3)(a-1)(3-1) = 2(a-3)(a-1)$	**3p**
	$\det A(2) = 2 \cdot (-1) \cdot 1 = -2$.	**2p**
b)	A este inversabilă $\Leftrightarrow \det A \neq 0$	**2p**
	$(a-3)(a-1) \neq 0 \Leftrightarrow a \in \mathbb{R} - \{1;3\}$	**3p**
c)	Pentru $a \in \mathbb{R} - \{1;3\}$ avem $\det A \neq 0 \Leftrightarrow$ sistemul dat este un sistem compatibil determinat.	**2p**

	Soluția sistemului este $S=\{(1;0;0)\}$	**3p**
2.a)	$x*y=xy-4x-4y+20=xy-4x-4y+16+4=$ $=(x-4)(y-4)+4$, pentru orice numere întregi x și y.	**2p** **3p**
b)	$x*y=y*x$, pentru orice $x,y\in\mathbb{Z}$ $e\in\mathbb{Z}$ element neutru, dacă $x*e=e*x=x$, $\forall x\in\mathbb{Z}$, de unde se obține că $e=5\in\mathbb{Z}$ $U(\mathbb{Z})=\{x\in\mathbb{Z}, \exists x'\in\mathbb{Z}$ astfel încât $x*x'=x'*x=5\}$ Pentru $x\in\mathbb{Z}-\{4\}$ avem $x'=\frac{1}{x-4}+4$. $x'\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow\frac{1}{x-4}\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow x-4\in\{-1;1\}$, deci $U(\mathbb{Z})=\{3;5\}$	**2p** **3p**
c)	Se demonstrează că $x*4=4*x=4$, $\forall x\in\mathbb{Z}$ și, folosind asociativitatea, obținem $[(-2026)*(-2025)*\ldots*3]*4*[5*\ldots*2025*2026]=4$.	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III – lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\left(\frac{x^3+x^2+1}{x^2+1}\right)'=\frac{(3x^2+2x)(x^2+1)-(x^3+x^2+1)(2x)}{(x^2+1)^2}=$ $=\frac{x^4+3x^2}{(x^2+1)^2}=\frac{x^2(x^2+3)}{(x^2+1)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.	**3p** **2p**
b)	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^3+x^2+1}{x^3+x}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^3\left(1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^3}\right)}{x^3\left(1+\frac{1}{x^2}\right)}=1, m=1$ $\lim\limits_{x\to\infty}(f(x)-m\cdot x)=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x^3+x^2+1}{x^2+1}-x\right)=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2-x+1}{x^2+1}=1,\ n=1$ Dreapta de ecuație $y=x+1$ este asimptotă oblică spre $+\infty$.	**2p** **3p**
c)	$f'(x)\geq 0, \forall x\in\mathbb{R}$ Cum mulțimea soluțiilor ecuației $f'(x)=0$ este $S=\{0\}$, care nu formează interval, obținem că funcția f este strict crescătoare pe $\mathbb{R}$, ceea ce înseamnă că f este injectivă. $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$, f este funcție continuă, de unde obținem că funcția f este surjectivă, deci f este o funcție bijectivă pe $\mathbb{R}$.	**2p** **3p**
2.a)	Funcția F este derivabilă pe $(-1,+\infty)$ și $F'(x)=f(x), \forall\, x\in(-1,+\infty)$. $F'(x)=a+\frac{b}{x+1}=\frac{ax+a+b}{x+1},\forall\, x\in(-1,+\infty)$. $\frac{2(2x-1)}{x+1}=\frac{ax+a+b}{x+1},\forall\, x\in(-1,+\infty)$, de unde obținem $a=4, b=-6$	**2p** **3p**
b)	Din a) obținem că $F(x)=4x-6\ln(1+x)$ este o primitivă a lui f $\int f(x)dx=4x-6\ln(1+x)+C, x\in(-1,+\infty)$.	**2p** **3p**
c)	$g(x)=(x+1)\cdot f(x)+e^{2x}+sinx=4x-2+e^{2x}+sinx$, care este continuă pe $(-1,+\infty)$, deci g admite primitive pe $(-1,+\infty)$. $\int(4x-2+e^{2x}+sinx)dx=2x^2-2x+\frac{e^{2x}}{2}-cosx+C$. Din $G(0)=0$ obținem că $c=\frac{1}{2}$ și $G(x)=2x^2-2x+\frac{e^{2x}}{2}-cosx+\frac{1}{2}$.	**2p** **3p**